TECNICAS DIGITALES 1 - TRABAJO PRÁCTICO 3

<u>TITULO</u>: ÁLGEBRA DE CONMUTACIÓN - SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES LÓGICAS

Problema 1

a) Compruebe mediante tablas de verdad los siguientes teoremas del álgebra de Boole.

1.1) $A.B + A.\overline{B} = A$	**1.2)** $(A+B).(A+\overline{B}) = A$
2.1) $A + \overline{A}.B = A + B$	**2.2)** $A.(\overline{A}+B) = A.B$
3.1) $A.B + \overline{B}.C + A.C = A.B + \overline{B}.C$	**3.2)** $(A+B).(\overline{B}+C).(A+C) = (A+B).(\overline{B}+C)$

b) Verifique usando diagramas de Venn los teoremas del punto a.3).

Problema 2

Examine la validez de las siguientes propuestas:

a) Sean **A** y **B** <u>variables Booleanas</u>, entonces: **A.B = 0** y **(A+B) = 1** implica que $A = \overline{B}$.

b) Sean Z_1 y Z_2 <u>expresiones Booleanas</u>, entonces: $Z_1.Z_2 = 0$ y $(Z_1+Z_2) = 1$ implica que $Z_1 = \overline{Z_2}$.

Justifique sus respuestas.

Problema 3

Verifique las siguientes propiedades de la función O exclusiva.

a) $(A \oplus 0) = A$	**b)** $(A \oplus 1) = \overline{A}$	**c)** $(A \oplus A) = 0$
d) $(A \oplus \overline{A}) = 1$	**e)** $(A \oplus \overline{B}) = (\overline{A} \oplus B) = (\overline{A \oplus B})$	**f)** $\text{Dual}(A \oplus B) = (A \oplus B)^D = (\overline{A \oplus B})$

Problema 4

Un técnico de laboratorio químico dispone de cuatro productos **(A, B, C, D)**, cada uno de los cuales puede encontrarlos en uno cualquiera de dos depósitos de almacenamiento. De vez en cuando, él cree conveniente cambiar uno o más productos de un depósito a otro. La naturaleza de los productos es tal que es peligroso guardar **B** y **C** juntos a menos que **A** esté en el mismo depósito; también es peligroso almacenar **C** y **D** juntos a menos que **A** esté presente.

a) Escriba una expresión para la variable **P**, de modo que sea **P = 1** para cada situación peligrosa de almacenamiento.

b) Ahora escriba una expresión para la variable **S**, tal que **S = 1** cuando el almacenamiento sea seguro.

Problema 5

Usando los teoremas del álgebra de Boole, simplifique algebraicamente las siguientes expresiones hasta obtener formas estándar mínimas.

$$F_1 = A + B.\overline{A} + C.(\overline{B + A}) + D.(\overline{C + B + A})$$
$$F_2 = \overline{B}.A + C.A + D.C.B + \overline{D}$$
$$F_3 = \overline{A} + \overline{B}.\overline{A} + \overline{D}.C.B + \overline{D}.B$$
$$F_4 = C.\overline{B}.A + (\overline{C} + \overline{B}).(\overline{D} + \overline{B}) + (\overline{C + B + A})$$
$$F_5 = \overline{D}.\overline{C}.\overline{B} + D.C.B.\overline{A} + D.C.\overline{B}.A + D.\overline{C}.B.A + D.C.B.A$$

Problema 6

Una función **W** se define como <u>autodual</u> si el **Dual de W** es igual a **W** ($W^D = W$).

a) Determine si la siguiente función es autodual:

$$W = D.\overline{C} + D.(B \oplus A) + \overline{C}.(B \oplus \overline{A})$$

b) Compruebe si la función $\overline{W}$ es autodual.

c) Proponga Ud. una función autodual de 4 variables.

Problema 7
Para cada una de las siguientes funciones:

$$Z_1 = \sum_4 (0,3,6,9,12,15)$$

$$Z_2 = D.\overline{C}.(\overline{B} \oplus A) + \overline{D}.C.(B \oplus A) + \overline{\{(D + \overline{B} + \overline{A}).[\overline{D}.B.A + (\overline{D} + \overline{C} + B + A)]\}}$$

$$Z_3 = \prod_4 (0,5,7,13,14,15)$$

D	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
C	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
A	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Z_4	0	1	−	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	−	0	1

Z_5

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	1	−	1	0
11	0	1	−	−
10	0	0	0	1

a) Confeccione las tablas de verdad y los mapas de Karnaugh donde corresponda.
b) Obtenga las expresiones canónicas **SPF** y **PSF**; escriba las expresiones en sus formas numérica y literal.
c) Obtenga las expresiones mínimas $\mathbf{SP_m}$ y $\mathbf{PS_m}$, usando el método gráfico de simplificación (mapa de Karnaugh).

Problema 8
Obtenga las expresiones mínimas $\mathbf{SP_m}$ y $\mathbf{PS_m}$ para las siguientes funciones:

$$Z_1 = \sum_5 (0,2,4,6,9,10,12,13,14,15,16,17,18,19,22,23,24,25,26,28,29)$$

$$Z_3 = \prod_5 (0,1,2,4,8,9,10,12,14,16,18).\prod_d (3,5,7,11,13,15,19,21,23,24,25,26,27,28,29,30,31)$$

Problemas adicionales (resolución opcional).

Pa1
Pruebe algebraicamente las siguientes equivalencias:

a) $(A + C.B).(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A}) = C.B.\overline{A} + \overline{B}.A + \overline{C}.A$

b) $C.A + \overline{D}.\overline{A} = (C + \overline{A}).(\overline{D} + A)$

c) $E.D.A + (\overline{D} + \overline{A}).G = (D.A + G).(E + \overline{D} + \overline{A})$

Pa2
Demuestre que cualquier función de *n variables* que pueda expresarse como:

$$W = Y_1.Z(Y_2, Y_3, \ldots, Y_n) + \overline{Y}_1.Z^D(Y_2, Y_3, \ldots, Y_n)$$

es <u>autodual</u>.

Pa3
Un dispositivo de 4 variables de entrada **(I_3 I_2 I_1 I_0)** denominado *detector de mayoría,* es un circuito digital cuya salida **M** es igual a 1 si la mayoría de las entradas son 1; de otra forma, la salida es 0.
a) Mediante una tabla de verdad, encuentre la *función mayoría* **M = f (I_3, I_2, I_1, I_0)**.
b) Obtenga las expresiones canónicas **SPF** y **PSF** para la función **M**.
c) Obtenga las expresiones mínimas $\mathbf{SP_m}$ y $\mathbf{PS_m}$ para la función **M.**
d) Repita lo solicitado en a), b) y c) para la ***función*** $\overline{M}$.
e) Repita lo solicitado en a), b) y c) para la ***función*** M^D.

Pa4

Obtenga las expresiones más simples en las formas **SP_m** y **PS_m** para las siguientes funciones:

Q_1

C \ BA	00	01	11	10
0	–	1	0	1
1	0	1	–	–

Q_2

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	–	1	1
01	0	1	0	–
11	–	1	–	1
10	1	0	1	–

Q_3

ED \ CBA	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	–	0	0	1	1	–	1
01	0	1	1	0	1	1	1	1
11	0	1	1	0	1	–	–	1
10	0	0	0	0	1	0	0	1