Tema 0: Introducción. Análisis de Circuitos

INDICE

0.1: INTRODUCCIÓN. OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA.

La ELECTRÓNICA se puede definir como la ciencia y tecnología relativas al movimiento de cargas en un gas, en el vacío o en un material semiconductor. Se trata de una ciencia, ya que analiza y trata de dar explicaciones acerca de los principios físicos que gobiernan el movimiento de las cargas. Por otro lado, utiliza tecnológicamente estos principios en el desarrollo de sistemas útiles para el hombre. Hoy día, puede decirse que la electrónica está presente en todos los aspectos y ámbitos de la sociedad y el mundo actual:

- SISTEMAS DE TELECOMUNICACIONES:

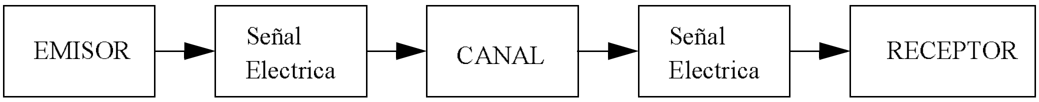


Fig. 0.1 Bloques de un sistema de comunicación.

- INSTRUMENTACION Y MEDIDA:
  - Sistemas con sensores.
  - Automatización de procesos.
  - Bio-ingeniería.

- COMPUTADORES:

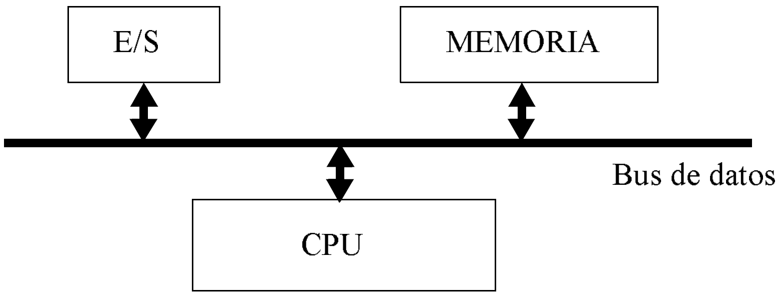


Fig. 0.2 Componentes de un computador.

E/S:	El bloque de entrada/salida permite al usuario interactuar con el computador.
MEMORIA:	Almacena datos y el programa.
CPU:	Núcleo donde se realizan las operaciones lógicas y aritméticas y se generan las diversas señales de control.

Un programa que es almacenado en la memoria, contiene una serie de instrucciones que controlan la CPU. Esta realiza una serie de operaciones para una serie de datos de entrada y genera otros de salida. La realización física de las computadoras se efectua mediante dispositivos electrónicos: transistores, diodos, puertas lógicas, circuitos de reloj, etc.

El OBJETIVO GENERAL de esta asignatura es proporcionar el substrato adecuado para poder comprender y analizar el funcionamiento de los circuitos incluidos en un computador, a nivel eléctrico.

Para el análisis es necesario tener presente determinados conocimientos básicos sobre teoría de circuitos que se cubrirán en este tema inicial. A partir de ellos, se estudiaran los diferentes componentes electrónicos y familias lógicas derivadas de los mismos. Finalmente se realizará una breve introducción a la diversas metodología aplicables al diseño de circuitos electrónicos digitales desde el punto de vista integrado.

0.1.1 Información y señales. Tipos de señales

Se puede definir **información**, en sentido amplio, como el conocimiento que se tiene de un suceso o situación. Desde el punto de vista físico, la información se encuentra ligada a un soporte o SEÑAL, como condición indispensable para poder ser comunicada o transferida de un lugar a otro.

Se define una **señal** como “el medio o soporte físico mediante el cual se comunica un conocimiento o información”. (la voz, las ondas electromagnéticas, ondas sonoras, etc). Sin embargo, el conocimiento o información no suele representarse de forma directa en el seno de una señal, sino que es necesario procesarla para extraer la información correcta. En sentido amplio, **procesamiento de señal** puede definirse como la manipulación de una señal para obtener algún tipo de información.

Los SISTEMAS ELECTRÓNICOS se emplean a menudo en el proceso de extraer la información deseada de un conjunto de señales recibidas. El tipo de señales que manipulan los sistemas electrónicos son de naturaleza electromagnética: tensión (V) e intensidad (I) más frecuentemente, de manera que las señales “portadoras de la información” han de convertirse, en primer lugar, a una señal eléctrica. Este proceso se realiza mediante unos elementos denominados **transductores**.

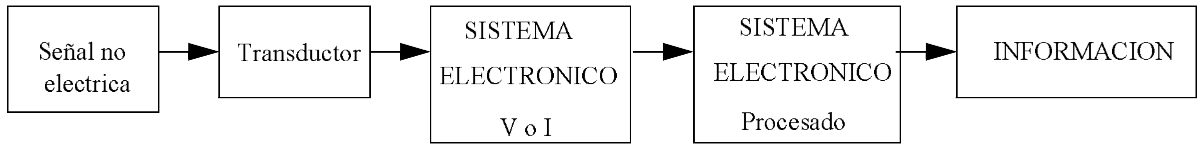


Fig. 0.3 Bloques de un sistema de comunicaciones necesarios para el procesado de la información

En esta asignatura nos centraremos en los bloques de procesado, suponiendo que siempre se van a utilizar señales eléctricas (tensiones e intensidades principalmente).

Una **señal eléctrica** es una magnitud física (*V*, *I*, ...) que varía en el tiempo, *f(t)* (*v(t)*, *i(t)*, ...).

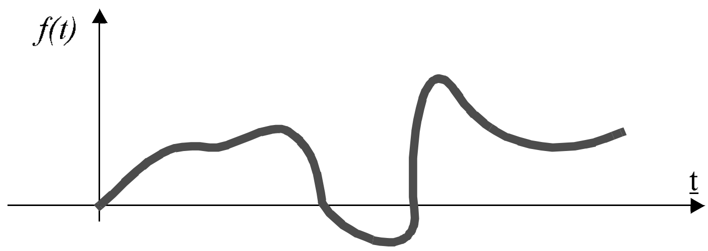


Fig. 0.4 Señal eléctrica: forma de onda.

A la representación de *f(t)* frente al tiempo se la denomina **forma de onda**. La información que transporta una señal está relacionada con la magnitud de la misma y su variación en el tiempo, de manera que estas variaciones en el tiempo contienen la información. Para obtenerla es necesario algún tipo de código, convenio o conocimiento del contexto.

Podemos definir diversos **tipos de señales**:

- **SEÑALES CONSTANTES:** A veces denominadas de continua o DC. Su valor se mantiene inalterado en el tiempo. Se suelen representar mediante letras mayúsculas: *V*, *I*.

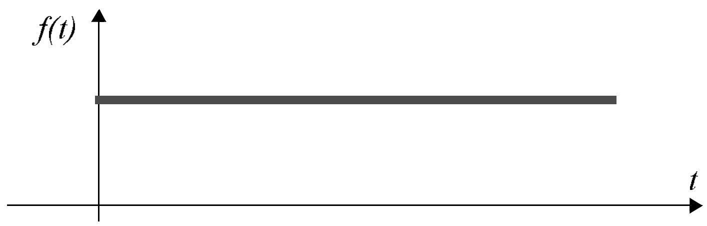


Fig. 0.5 Señal constante en el tiempo.

- **SEÑALES VARIABLES:** Son aquellas cuyo valor no se mantiene constante en el tiempo. Se suelen representar mediante letras minúsculas: *v(t), i(t)*.

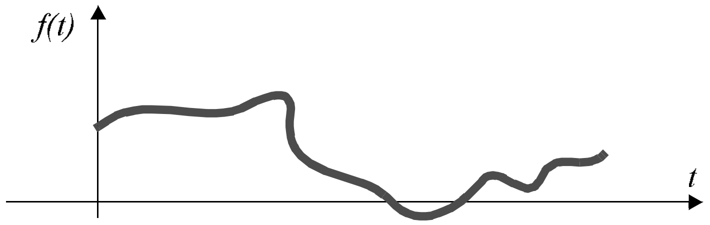


Fig. 0.6 Señal variables en el tiempo.

Se pueden clasificar en:

- **SEÑALES PERIÓDICAS** de periodo *T*. Sea *f(t)* una señal eléctrica, se dice que es periódica de periodo *T* si $\nabla t \in [0,T]$ se cumple que *f(t)* = *f(t+nT)*, $\nabla n \in N$, *n= 0, 1, 2, ...* . Es decir, la señal se repite pasado un tiempo *T*. Ej: señal senoidal, cuadrada, triangular, ...

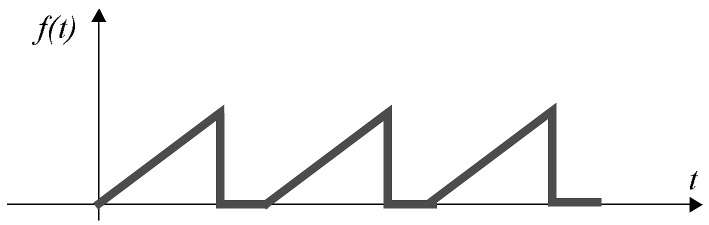


Fig. 0.7 Señal periódica.

- **SEÑALES NO PERIODICAS**: No poseen un periodo de operación o bien son de periodo infinito.

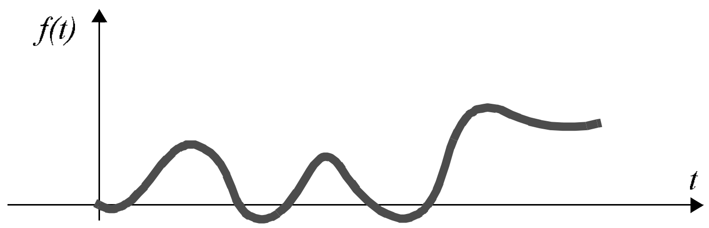
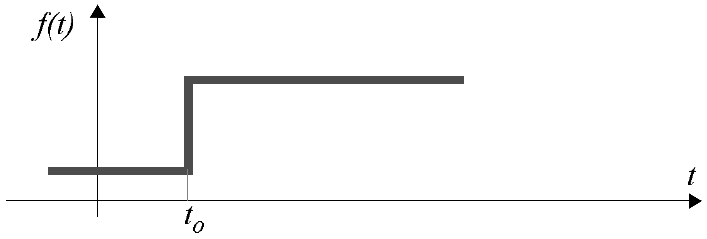


Fig. 0.8 Señal no periódica.



$$U(t) = \begin{cases} U_0 & si \quad t \le t_o \\ U_1 & si \quad t > t_o \end{cases}$$

Fig. 0.9 Señal escalón.

La señal ESCALÓN, *U(t)*, puede definirse para valores de U_0 y U_1 positivos y negativos, e implicando todas aquellas situaciones que contemplan saltos bruscos entre dos niveles de continua.

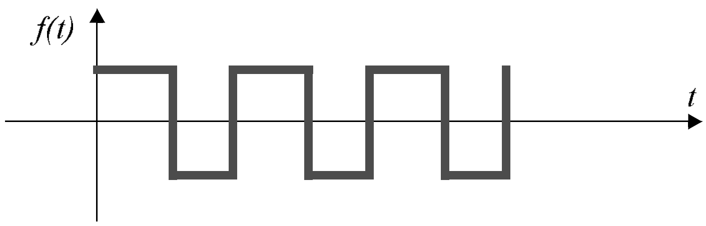


Fig. 0.10 : Señal cuadrada.

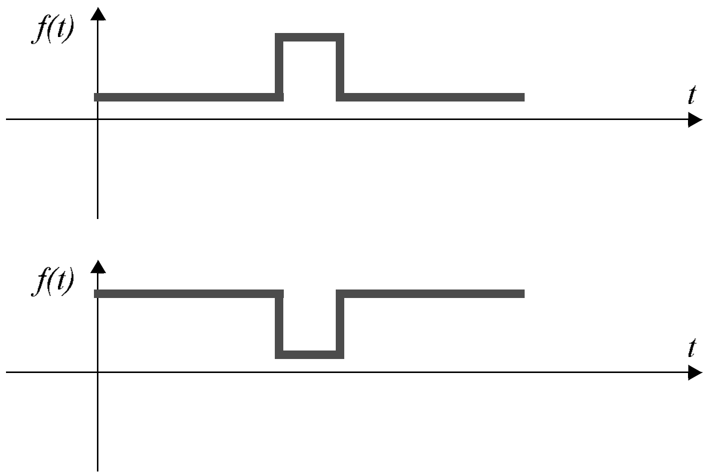


Fig. 0.11 : Pulsos de subida y bajada.

CLASIFICACION DE LAS SEÑALES SEGUN SU VALOR NUMÉRICO.

- **SEÑALES ANALÓGICAS:** Son aquellas señales que pueden tomar cualquier valor dentro de un rango de actividad, $f_a(t)$.

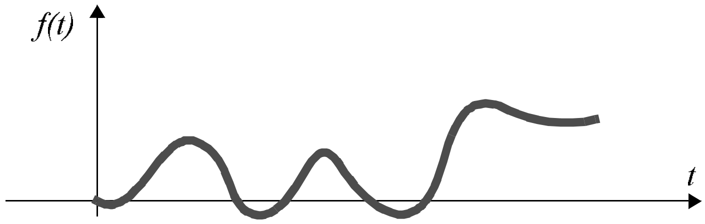


Fig. 0.12 Señal analógica.

Se pueden clasificar, a su vez en:

- **CONTINUAS EN EL TIEMPO:** *f(t)* está definida para todo instante de tiempo, $f_{ac}(t)$.
- **DISCRETAS EN EL TIEMPO:** $f_d(t)$ sólo está definida en ciertos instantes de tiempo: $f_{ad}(t)$.

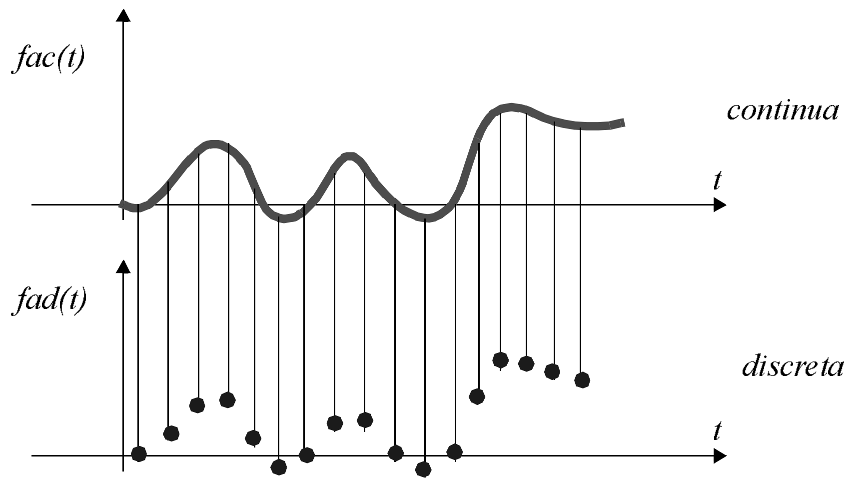


Fig. 0.13 : Señales analógicas continuas y discretas en el tiempo.

SEÑALES DIGITALES: Son señales que solo pueden tomar valores determinados dentro de su rango de actividad: por ejemplo, $f_d(t) = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5]$ son los cinco valores permitidos para $f_d(t)$.

Pueden ser:

-CONTINUAS EN EL TIEMPO: Definidas en todo instante de tiempo: f_{dc}

- DISCRETAS EN EL TIEMPO: Definidas solo en ciertos instantes, generalmente múltiplos de enteros de un periodo *T*: f_{dd}

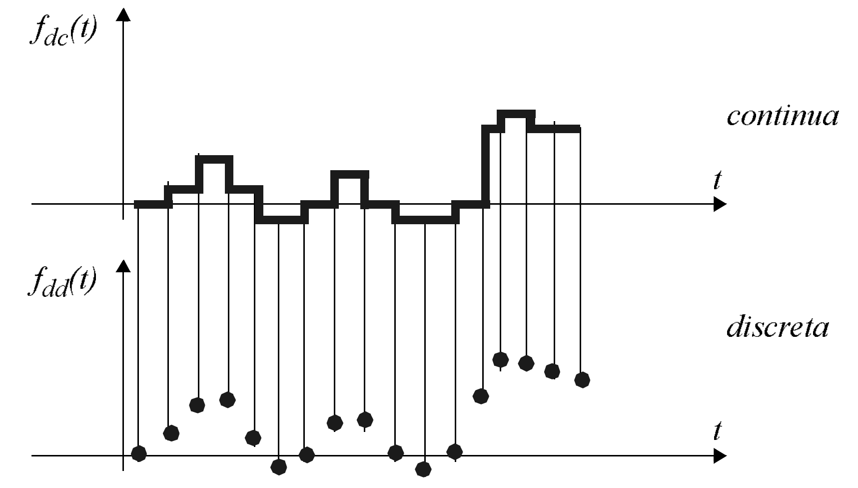


Fig. 0.14 : Señales digitales continuas y discretas en el tiempo.

De este modo, una señal digital es capaz de representar la información mediante un número reducido de valores. El procesado posterior de estas señales equivale a manipular los números representados por la señal.

El procesado analógico o digital tiene ventajas e inconvenientes. Por lo general, las señales digitales son más fáciles de manipular, pero no dejan de ser una representación del mundo real, que es analógico, y por lo tanto, significa una pérdida de información. El caso más común de señales digitales es aquel en el que la señal digital sólo puede tomar dos valores. Se habla entonces de **señal digital binaria**, y a los valores representados, "*0*" y "*1*" lógico.

0.1.2 Sistemas y circuitos electrónicos.

En primer lugar, se va a diferenciar entre: circuito eléctrico, circuito electrónico y sistemas electrónicos.

CIRCUITO ELECTRICO: Es un combinación de elementos de circuito, pasivos (resistencias, bobinas y condensadores) y activos (fuentes de alimentación de tensión y/o intensidad).

CIRCUITO ELECTRONICO: Es una combinación de elementos de circuito en los que además aparecen dispositivos electrónicos (diodos y transistores) fabricados mediante tecnologías de circuitos integrados (*IC*).

SISTEMA ELECTRONICO: Es la combinación de varios circuitos electrónicos para transmitir señales eléctricas desde un punto de origen a un destino. La representación de estas señales se realiza en función del tipo de procesado deseado en cada circuito electrónico y la representación final obedece al tipo de receptor. En este sentido, un sistema electrónico puede constar de varias partes. La señal de entrada está sometida a diversos procesos de transformación y manipulación para obtener la información requerida a la salida.

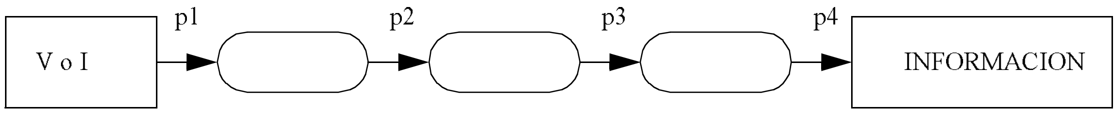


Fig. 0.15 : Componentes de un sistema electrónico.

De una forma paralela a la definición de señales, los sistemas electrónicos pueden clasificar en:

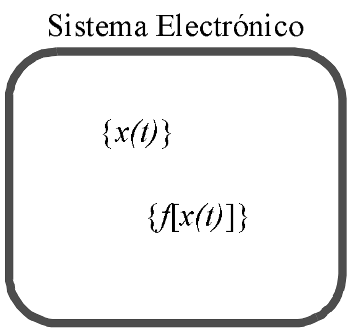
- **ANALOGICOS**: Si siempre trabajan con señales analógicas. Sistemas de reproducción de un disco de vinilo.
- **DIGITALES**. Trabajan exclusivamente con señales digitales: Computador. Voltímetro digital.
- **MIXTOS**: Trabajan con señales analógicas y digitales. Sistemas de reproducción de CDs.

Con independencia del tipo de circuito, un sistema electrónico trabaja con señales eléctricas (tensión, intensidad, carga, ..) que representan magnitudes físicas, no números.

0.2. TEORIA DE CIRCUITOS.

0.2.1 Conceptos fundamentales.

Se van a introducir en este apartado algunos conceptos fundamentales y básicos para comprender el análisis de circuitos electrónicos. Un circuito electrónico es un sistema físico en el que las magnitudes vienen representadas por variables eléctrica, $x(t)$, que se relacionan mediante leyes físicas, $f(t)$ que gobierna su funcionamiento.



$\boldsymbol{x(t)}$ = Estado actual de la variable x

$\boldsymbol{f[x(t)]}$ = Ley que relaciona las variables $\{x(t)\}$ en el instante actual

Fig. 0.16 : Variables y funciones asociadas a un sistema electrónico.

La **TEORIA DE CIRCUITO** es una parte de la electrónica que estudia como se relacionan las variables eléctricas, $x(t)$, en función de las leyes físicas, $f(t)$, que gobiernan su funcionamiento. La electricidad se puede manifestar de diversas formas. Entre ellas, las más comunes de las variables eléctricas son:

- TENSION o DIFERENCIA DE POTENCIAL: *V(t)* [Voltios]
- CORRIENTE O INTENSIDAD: *I(t)* [Amperios]
- CARGA ELECTRICA: *q(t)* [Culombios]
- FLUJO MAGNETICO: ϕ *(t)* [Webers]
- ENERGIA ELECTRICA. *E(t)* [Julios]
- POTENCIA, *P(t)* [Watios]

Potencia y energía son magnitudes representativas de cualquier sistema, no solo eléctrico (Ej. Energía potencia acumulada en el agua contenida en un pantano que puede ser transformada en energía eléctrica). En todas ellas, *x(t)*, representa el valor instantáneo de la variable *x*, en el instante de observación. Por otro lado, las leyes físicas pueden clasificarse en dos grandes grupos:

1.- **RELACIONES UNIVERSALES:** Son independientes de la naturaleza de los elementos de circuito y siempre se cumplen. Ej:

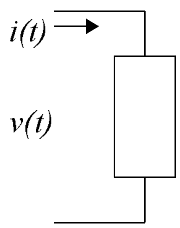
- **Corriente eléctrica**:

$$i = \frac{dq(t)}{dt} \tag{0.1}$$

- **Potencia instantánea**:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \tag{0.2}$$

2.- **RELACIONES NO UNIVERSALES O CONSTITUTIVAS:** Dependen de cada elemento de circuito y, por tanto, es necesario definirlas para cada uno de ellos.

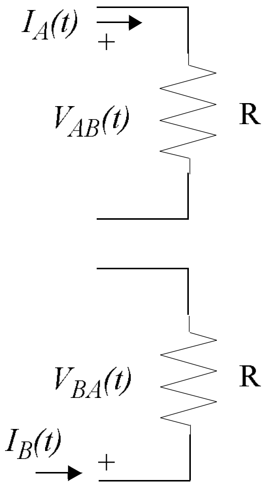


variables *x(t)*: *v(t)*, *i(t)*, ...

funciones *f[x(t)]*

Fig. 0.17 : Relaciones constitutivas *f[x(t)]* asociadas a cada elemento.

A continuación, nos vamos a centrar en los elementos de **dos terminales** a continuación. Un elemento de dos terminales se dice BILATERAL si las relaciones entre sus variables son independientes al intercambiar sus terminales. En otro caso, se dice UNILATERAL. Ejemplo: Una resistencia.



$V_{AB} = I_A \cdot R$

$V_{BA} = I_B \cdot R$

Fig. 0.18 : Resistencia como elemento bilateral.

3.- **LINEALIDAD**. Dada una relación: *y(t) = f[x(t)]*, se dice que la función *f[ ]* es lineal si cumple las propiedades:

A.- **ADITIVA**: Dados $x_1(t)$ y $x_2(t)$ argumentos de *f[ ]*, cumpliéndose que $y_1(t) = f[x_1(t)]$ e $y_2(t) = f[x_2(t)]$, se verifica,

$$y_1(t) + y_2(t) = f[x_1(t) + x_2(t)] \qquad (0.3)$$

La suma de las respuestas es la respuesta de la suma.

B.- **HOMOGENEA**: Si *K* es una constante, cumpliéndose que *y(t) = f[x(t)]*, se verifica:

$$Ky(t) = f[Kx(t)] \qquad (0.4)$$

4.- **ELEMENTOS PASIVOS**: Se dice que un elemento es pasivo si consume o disipa energía. La energía almacenada por un elemento en un instante *t* es

$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)i(\tau)d\tau \geq 0 \qquad \nabla(\tau, v(\tau), i(\tau)) \qquad \nabla t \geq -\infty \qquad (0.5)$$

Recibe energía del circuito en el que se encuentra.

5.- **ELEMENTOS ACTIVOS**: Se dice cuando suministra energía al sistema, es decir, la energía almacenada por el elemento es negativa,

$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)i(\tau)d\tau \leq 0 \qquad \nabla(\tau, v(\tau), i(\tau)) \qquad \nabla t \geq -\infty \tag{0.6}$$

Se tomará como criterio la **intensidad positiva** cuando esta **entre por el terminal positivo** en los elemento pasivos.

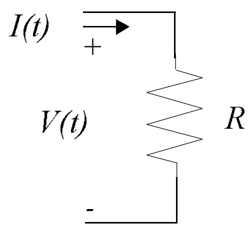
0.2.2 Elementos básicos de circuito. Símbolos.

ELEMENTOS PASIVOS:

1) **Resistencia**: Es un elemento bilateral, pasivo que disipa potencia en forma de calor. Se define como el elemento con un valor de tensión entre sus terminales proporcional a la intensidad que circula entre los mismos. La ecuación constitutiva de la resistencia viene dada por la Ley de Ohm,

$$V = I \cdot R \tag{0.7}$$

Siendo sus unidades: Ohmio = *1 voltio / 1 Amperio*.



$V(t) = f(I(t) , R) = I(t) . R$

Fig. 0.19 : Resistencia: Símbolo.

La relación entre V e I es lineal. En general, esta relación puede no ser lineal y puede depender, además, de la frecuencia. En lo que sigue, se usará siempre la dependencia lineal. Teniendo en cuenta esto ultimo se puede calcular la energía almacenada en un instante t:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)i(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} \frac{v^2(\tau)}{R}d\tau > 0 \qquad \nabla(\tau, v(\tau), i(\tau), R) \qquad \nabla t \geq -\infty \tag{0.8}$$

las resistencias siempre consumen potencia, que disipan en forma de calor.

Se denomina **Conductancia** a la inversa de la resistencia:

$$G = 1/R \tag{0.9}$$

y se mide en mhos [Ω^{-1}] o Siemens [S].

2) **Condensador**: Es un elemento bilateral, de dos terminales en el que la intensidad es proporcional a la velocidad de variación de la tensión a través de sus terminales.

$$i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt} \tag{0.10}$$

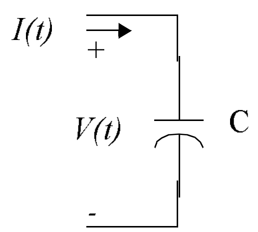
A la constante de proporcionalidad se la denomina CAPACIDAD del condensador C y se mide en Faradios [F]. La variación de la cantidad de carga en un condensador genera una modificación de la tensión en el mismo. Si la carga se mantiene constante, la tensión también lo será. Si integramos la expresión anterior, se obtiene,

$$C = \frac{q}{V} \tag{0.11}$$

La capacidad es la relación entre la carga que almacena un condensador y el potencial que adquiere entre sus bornes como consecuencia del proceso de almacenamiento de carga. Un condensador almacena energía mediante la acumulación de carga eléctrica. La energía acumulada por un condensador se puede expresar como.

$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)i(\tau)d\tau = \frac{1}{2}CV^2 > 0 \tag{0.12}$$

La energía almacenada por un condensador entre dos instantes de tiempo, puede aumentar o disminuir pero es siempre positiva. Un condensador ideal nunca disipa energía.



$I(t) = f(\,V(t)\,,\,C) = C\,.\,dV(t)\,/\,dt$

Fig. 0.20 : Condensador: Símbolo.

3) **Bobina**: Es un elemento de dos terminales, bilateral, en el que la tensión entre sus bornes es proporcional a la variación de la intensidad a través de sus bornes.

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \tag{0.13}$$

A la constante de proporcionalidad se la denomina INDUCTANCIA, L y se mide en Henrios [H]. La energía que almacena una bobina, en un instante de tiempo t es,

$$E(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)i(\tau)d\tau = \frac{1}{2}LI^2 > 0 \tag{0.14}$$

De nuevo, se trata de un elemento que almacena energía. El valor almacenado depende de la bobina L y del valor de la intensidad en cada momento. No disipa energía.

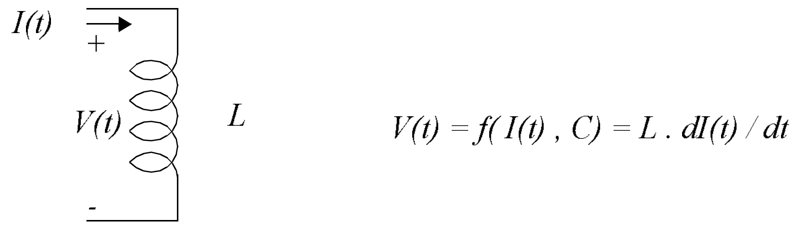


Fig. 0.21 : Bobina: Símbolo.

ELEMENTOS ACTIVOS:

4) **FUENTES**: Son elementos que suministran energía al circuito: $E(t) < 0$. Podemos definir dos tipos:

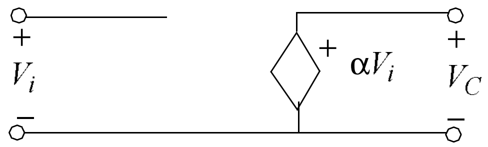
A: FUENTES INDEPENDIENTES: Son aquellas fuentes en las que la señal suministrada no es función de cualquier otra señal del circuito. Se pueden encontrar fuentes independientes de **tensión** e **intensidad**, en función de la variables eléctricas que fijan entre sus extremos y que posteriormente suministran o comparten sobre el circuito electrónico al que están conectado.

Fig. 0.22 : Fuentes independientes de tensión e intensidad.

Para un valor dado de la fuente de tensión, $V_S(t)=V_o$, la tensión del nudo positivo será siempre superior en V_o voltios respecto a la del nudo negativo: $V_o=V_+ - V_-$. Para un valor dado de la intensidad, $I_S(t)=I_o$, la intensidad llega al circuito desde el nudo positivo, y regresa por el nudo negativo.

B FUENTES DEPENDIENTES: Generan señales cuyo valor es función de otras señales presentes en el circuito. Se trata, en general, del resultado de modelar diversos dispositivos semiconductores (por ejemplo: el transistor bipolar). Pueden ser de cuatro tipos:

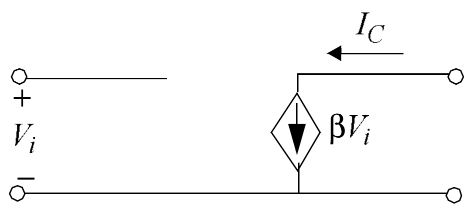
B1 .- Fuentes de tensión controladas por tensión: Es una fuente de tensión, cuyo valor en el tiempo depende de la tensión en otros dos terminales. El parámetro α es adimensional.



$V_C = \alpha V_i$

Fig. 0.23 : Fuente de tensión controlada por tensión.

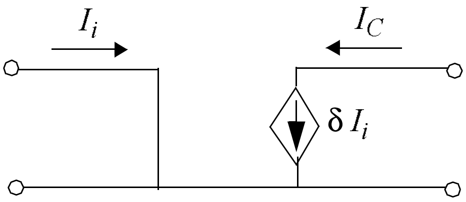
B2 .- Fuentes de intensidad controladas por tensión: Son fuentes de intensidad, cuyo valor en el tiempo es función de la intensidad a través de algún elemento del circuito al que se encuentra conectada. El parámetro β tiene dimensiones de conductancia.



$I_C = \beta V_i$

Fig. 0.24 : Fuente de intensidad controlada por tensión.

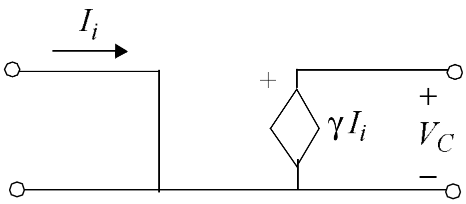
B3 .- Fuentes de intensidad controladas por intensidad: Es una fuente de intensidad, cuyo valor en el tiempo depende de la intensidad a través de algún elemento distinto del circuito al que se encuentra conectado. El parámetro δ es adimensional.



$I_C = \delta I_i$

Fig. 0.25 : Fuente de intensidad controlada por intensidad.

B4 .- Fuentes de tensión controladas por intensidad: Suministra una tensión, cuyo valor en el tiempo depende de la intensidad a través de otro elemento del circuito. El parámetro γ tiene dimensiones de resistencia.



$V_C = \gamma I_i$

Fig. 0.26 : Fuente de tensión controlada por intensidad.

0.2.3 Algunos conceptos básicos.

Se definen a continuación algunos conceptos básicos y criterios esenciales en teoría de circuitos.

- CORTO CIRCUITO: Se define, desde el punto de vista eléctrico, como se muestra en la Fig. 0.27. Equivale a conectar dos puntos de un circuito con un cable de resistencia nula.

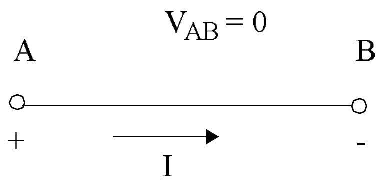


Fig. 0.27 : Corto circuito.

- CIRCUITO ABIERTO: Eléctricamente equivale a desconectar dos puntos de un circuito.

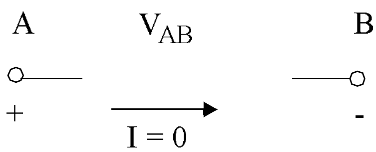
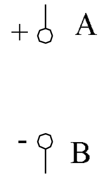


Fig. 0.28 : Circuito abierto.

- CRITERIO DE SIGNOS:

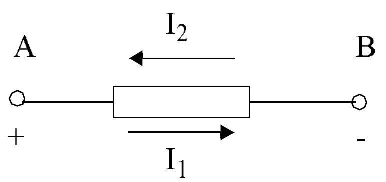
TENSION: El signo + indica el terminal positivo o terminal que se toma a una tensión más positiva.



$$V_{AB} = V_A - V_B$$

Fig. 0.29 : Referencia de tensión.

INTENSIDAD: La intensidad es positiva en el sentido indicado por la flecha,



$I_2 = -5A$

$I_1 = 5A$

Fig. 0.30 : Referencia de intensidad.

Para el caso de **elementos pasivos**, la corriente siempre es positiva si entra por el terminal positivo. Si el **elemento es activo** (fuentes de alimentación) la corriente positiva entra por el terminal negativo. Segun estos criterios, la energía suministrada por una fuente a un circuito para $I_s > 0$, es positiva, aunque en realidad sea negativa segun el criterio universal y la definición de elemento activo.

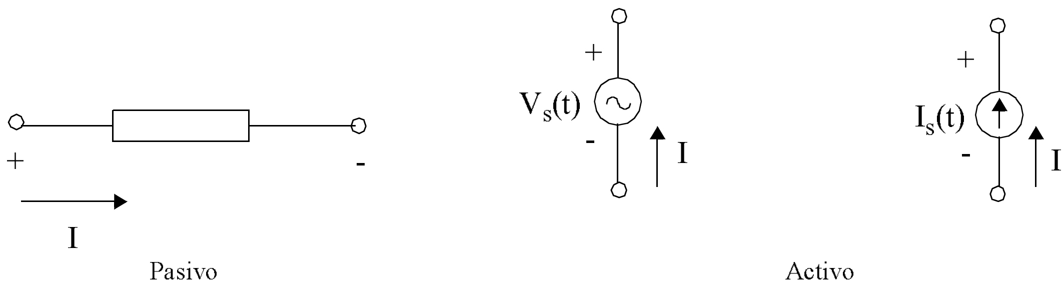
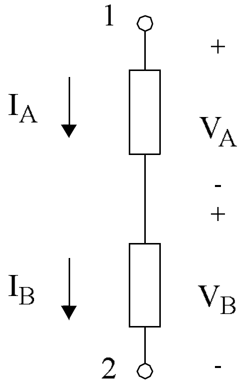


Fig. 0.31 : Sentido de la intensidad para elementos pasivos y activos.

0.2.4 Asociación de elementos.

Dos o más elementos se pueden asociar o interconectar para dar lugar a un elemento equivalente, en función del tipo de interconexión, existen dos tipos básicos de asociaciones de elementos:

A) SERIE: Dos elementos se conectan en serie cuando comparten las mismas intensidades.

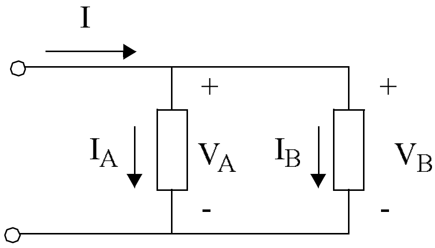


$V_{12} = V_A + V_B$

$I_A = I_B$

Fig. 0.32 : Asociación de elementos en serie.

B) PARALELO: Dos elementos están conectados en paralelo cuando comparten la misma tensión entre sus extremos.



$I = I_A + I_B$

$V_A = V_B$

Fig. 0.33 : Asociación de elementos en paralelo.

En ambos casos se pueden buscar equivalentes de circuito que permiten simplificar el análisis.

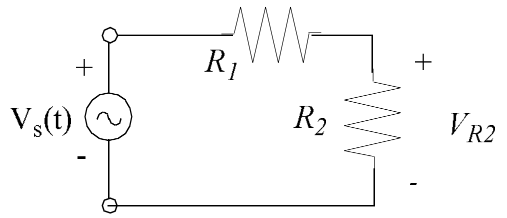
$$serie \qquad R_{eq} = R_1 + R_2 \tag{0.15}$$

$$paralelo \qquad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{0.16}$$

De igual modo se pueden obtener para la asociación de condensadores y bobinas.

0.2.5 Divisor de tensiones e intensidades.

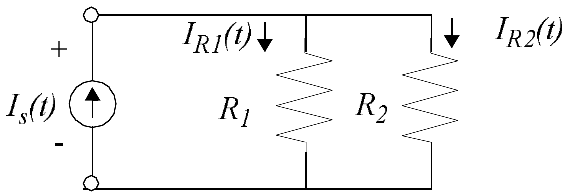
DIVISOR DE TENSIÓN: Se aplica cuando se desea conocer la caida de tensión en dos elementos colocados en serie.



$$V_{R2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_s$$

Fig. 0.34 : Divisor de tensión.

DIVISOR DE INTENSIDAD: Se aplica cuando se desea conocer la corriente que circula a través de dos elementos colocados en paralelo.



$$I_{R1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_s$$

Fig. 0.35 : Divisor de intensidad.

0.3 ANALISIS DE CIRCUITOS.

Un circuito eléctrico es básicamente un conjunto de elementos, pasivos y activos, conectados entre sí con un a determinada topología.

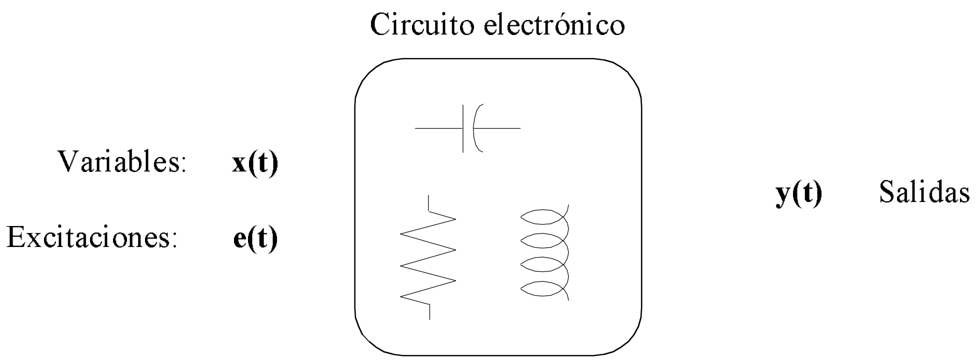


Fig. 0.36 : Elementos de un circuito eléctrico.

El conjunto de excitaciones, **e(t),** está compuesto, en general, por **fuentes independientes** y/o dependientes. Se considerarán excitaciones procedentes de fuentes de alimentación. Además, es necesario considerar las **condiciones iniciales** de cada uno de los elementos (tensiones en los condensadores e intensidades en las bobinas).

x(t) representa cualquier variable eléctrica del circuito. Las variables de salida **y(t)** pueden ser cualquier magnitud (*i, v , q, ...*) perteneciente al circuito eléctrico cuya evolución en el tiempo se desee conocer. *x(0), y(0)* referencian las variables asociadas a su estado inicial (*t=0*).

La evolución en el tiempo de las variables **y(t)** depende del tipo de excitación, ***e(t)***, y de las condiciones iniciales en los elementos pasivos, bobinas y condensadores ($V_C(0)$ e $I_L(0)$).

Por otro lado, el tipo de circuitos que vamos a analizar se caracteriza por ser LINEALES E INVARIANTES EN EL TIEMPO. Lineal implica que las variables del circuito cumplen las características aditiva y homogenea. Por invariante en el tiempo se entiende a aquellos circuitos cuyas características no dependen del instante en el que se ha aplicado la excitación.

El OBJETIVO del análisis de circuitos es obtener los valores de las magnitudes eléctricas, ***y(t)***, a partir de una determinadas condiciones iniciales. Para ello es necesario tener en cuenta lo siguiente:

1) Las relaciones entre variables impuestas por los elementos de circuito o RELACIONES CONSTITUTIVAS.
2) Las relaciones impuesta por la topología, conocidas como leyes de Kirchoff, que son generales e independientes de los elementos de circuito y del tipo de excitación.

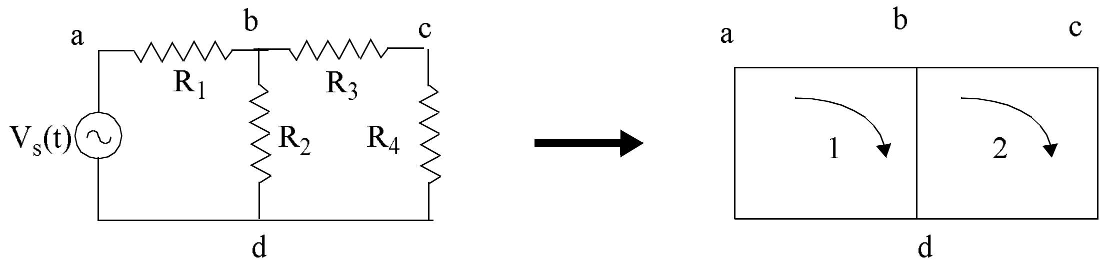
Para circuitos lineales e invariantes en el tiempo se pueden utilizar otros teoremas que se estudiarán más adelante. Para enunciar correctamente las **leyes de Kirchoff** asociadas a un circuito es necesario definir una serie de conceptos previos:

BUCLE: Cualquier camino cerrado en un circuito:

MALLA: Cualquier camino cerrado que no contiene ningún camino cerrado en su interior.

NUDO: Punto de un circuito donde coinciden dos o más elementos de circuito (terminales asociados a tales elementos).

NUDO-UNION: Punto de un circuito donde coinciden tres o más elementos de circuito (terminales asociados a tales elementos).



NUDOS: a, b, c, d
NUDOS-UNION: b, d

MALLA 1: a, b, d
MALLA 2: b, c, d

Fig. 0.37 : Ejemplo de mallas y nudos asociados a un circuito.

LEY DE KIRCHOFF DE LAS INTENSIDADES (KCL): La suma algebraica de las intensidades en un NUDO es cero.

LEY DE KIRCHOFF DE LAS TENSIONES (KVL): La suma algebraica de las tensiones en cualquier camino cerrado es cero (BUCLE o MALLA).

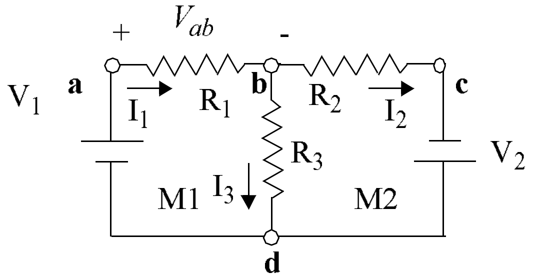
Para cada circuito se pueden plantear las siguientes ecuaciones independientes:

1) KVL: para cada malla, denominadas ECUACIONES CIRCULARES.
2) KCL para cada nudo-unión menos una, denominadas ecuaciones NODALES. El nudo excluido se le denomina nudo de referencia.

En el ejemplo de la Fig. 0.37 se pueden plantear dos ecuaciones circulares y una nodal. En definitiva, para resolver un circuito y obtener la evolución en el tiempo de sus variables eléctricas se puede seguir el siguiente proceso:

PASO 1: Asignar variables eléctricas (tensiones e intensidades) a cada elemento.
PASO 2: Formular las ecuaciones circulares.
PASO 3: Formulas las ecuaciones nodales.
PASO 4: Escribir las ecuaciones constitutivas de cada elemento.
PASO 5: Resolver el sistema de ecuaciones resultante.

EJEMPLO: Analizar el siguiente circuito:



V_1= 6 V
V_2= 14 V
R_1= 1 KΩ
R_2= 9 KΩ
R_3= 2 KΩ

Fig. 0.38 : Ejemplo de análisis de circuitos.

PASO 1: Asignar variables eléctricas (tensiones e intensidades) a cada elemento.

Tensiones: V_{ab}, V_{ad}, V_{bd}, V_{bc} y V_{cd}

Intensidades: I_1, I_2, I_3

PASO 2: Formular las ecuaciones circulares.

MALLA 1:

$$V_{ab} + V_{bd} + V_{da} = 0 \quad (0.17)$$

MALLA 2:

$$V_{bc} + V_{cd} + V_{db} = 0 \quad (0.18)$$

PASO 3: Formular las ecuaciones nodales.

NUDO-UNION b:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (0.19)$$

PASO 4: Escribir las ecuaciones constitutivas de cada elemento.

$$V_1 \Rightarrow \qquad V_1 = V_{ad} \quad (0.20)$$

$$R_1 \Rightarrow \qquad V_{ab} = I_1 \cdot R_1 \quad (0.21)$$

$$R_2 \Rightarrow \qquad V_{bc} = I_2 \cdot R_2 \quad (0.22)$$

$$R_3 \Rightarrow \qquad V_{bd} = I_3 \cdot R_3 \quad (0.23)$$

$$V_2 \Rightarrow \qquad V_2 = -V_{cd} \quad (0.24)$$

PASO 5: Resolver el sistema de ecuaciones resultante. En este caso compuesto por las ecuaciones (0.17) a (0.24). Sol: I_1=*324mA*, I_2=*1.86mA*, I_3=*1.38mA*, V_{ab}=*3.24V*, V_{bc}=*16.74V* y V_{bd}=*2.76V*.

0.3.1 Análisis de circuitos en continua: DC.

Por circuito en continua se entiende por aquellos circuitos electrónicos en los que las variables eléctricas son constantes en el tiempo en todos los elementos incluidos en el circuito. En particular, las fuentes de alimentación han de ser constantes en el tiempo. Sin embargo, no todos los circuitos en los que las fuentes de alimentación son constates pueden ser considerados como circuitos de continua.

Las relaciones de los elementos en DC son:

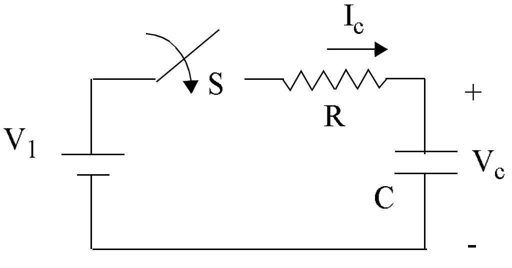
Resistencia: $V = I \,.\, R$.

Condensador: Circuito abierto.

Bobinas: Corto circuito.

0.3.2. Análisis de circuitos en el tiempo.

El análisis de circuitos en el tiempo plantea el problema de conocer como es la evolución temporal de las variables eléctricas en un circuito a partir de un instante determinado. Se dice que el circuito evoluciona desde un **estado inicial**, pasando por un **periodo transitorio**, hasta alcanzar un **estado final estacionario**. Definimos el estado estacionario como .... . Por ejemplo, el condensador *C* de la Fig. 0.39 se encuentra inicialmente ($t=0$) cargado a la tensión $V_C(0)$ y el *S* conmutador abierto. En $t=0$ se cierra el conmutador y se le aplica al circuito *RC* la tensión de la fuente, V_I de una forma brusca.



KVL: $V_I = I_C . R + V_C$

C: $I_C = C\, dV_C \,/\, dt$

Fig. 0.39 : Circuito RC sometido a una evolución en el tiempo.

La evolución del circuito viene gobernada por la ecuación,

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{RC} = \frac{V_I}{RC} \qquad (0.25)$$

que es una **ecuación diferencial**. La tensión del condensador no puede cambiar instantáneamente, sino que lo hace conforme a la ley $I_C=C.dV_C/dt$, modificando su tensión desde un estado inicial $V_C(0)$, hasta un estado final estable $V_C(\infty)$. Para deducir la ecuación diferencial se ejecutan los mismos pasos que en el caso de DC visto anteriormente, solo que el resultado actual no ha sido un conjunto de ecuaciones algebraicas sin un ecuación diferencial. La evolución futura, dependerá de: 1) las condiciones iniciales: $V_C(0)$, 2) de la excitación externa. $V_I(t)$.

0.3.2.1: Resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Se expondrá a continuación, de forma resumida, el método clásico para la resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden.

Dada una ecuación diferencial,

$$a_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + a_0 \cdot x(t) = e(t) \tag{0.26}$$

x(t) representa la incógnita, *x(0)* es el valor de *x(t)* en $t=0$ o condición inicial. *e(t)* es la excitación del sistema o circuito electrónico y a_1 y a_0 son parámetros del circuito. A la ecuación (0.26) se la denomina **ecuación diferencial completa**. A La ecuación obtenida anulando las excitaciones externas se la denomina **ecuación homogénea**:

$$a_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + a_0 \cdot x(t) = 0 \tag{0.27}$$

Se propone como solución de la ec. (0.26) la siguiente:

$$x(t) = x_l(t) + x_f(t) \tag{0.28}$$

donde:

x_l(t): es la solución en r**égimen libre o a entrada cero**. Se obtiene a partir de la ecuación homogénea, con condiciones iniciales no nulas y anulando la excitación externa. Representa la **respuesta natural** del sistema, a partir de las condiciones iniciales almacenadas en los elementos del mismo.

x_f(t): es la solución en **régimen forzado o estado cero**. Se obtienen a partir de la ecuación diferencial completa, anulando las condiciones iniciales. Representa la **respuesta**

forzada a que es sometido el sistema como consecuencia de la excitación externa aplicada.

A continuación se expondrá la forma de obtener ambas componentes de *x(t)*.

Obtención de $x_l(t)$: Es necesario recorrer los pasos siguientes:

paso 1: Substituir el operador d^n/dt^n *por* s^n, obteniendo una ecuación algebraica.

$$a_1 \cdot s + a_0 = 0 \tag{0.29}$$

se denomina **ecuación característica** del sistema.

paso 2: Hallar las soluciones de esta ecuación. Se denominan **raíces de la ec. característica**:

$$s_1 = -\frac{a_0}{a_1} \tag{0.30}$$

paso 3: Se propone como solución de la ec. homogénea:

$$x_l(t) = K_1 \cdot e^{s_1 t} \tag{0.31}$$

Siendo K_1 una constante que se determina a partir de las condiciones iniciales: $x(0) = x_0$

Obtención de $x_f(t)$: Se propone una solución, por inspección, sobre la ecuación diferencial completa, con las condiciones iniciales nulas. $x(0)=0$.

paso 4: se propone $x_f(t)$ por inspección.

$$x_f(t) = inspeccion \tag{0.32}$$

La solución propuesta obedece al conocimiento previo del sistema.

Obtención de x(t):

paso 5: se compone la solución global como suma de ambas.

$$x(t) = K_1 \cdot e^{s_1 t} + x_f(t) \tag{0.33}$$

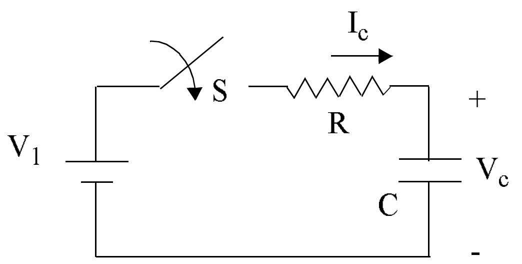
paso 6: se calcula la constante K_1 imponiendo la condición inicial ($t=0$) sobre la solución propuesta $x(t)$.

$$x(0) = K_1 + x_f(0) \tag{0.34}$$

Con lo cual nos queda como solución final,

$$x(t) = (x(0) - x_f(0)) \cdot e^{s_1 t} + x_f(t) \tag{0.35}$$

EJEMPLO: Circuito RC sometido a una excitación escalón.



Ecuación diferencial

$$RC \cdot \frac{dV_c}{dt} + V_c = V_I$$

Condición inicial: x(0) = $\mathbf{x_0}$

Fig. 0.40 : Circuito RC sometido a un transitorio.

Previamente podemos identificar los coeficientes: $a_1 = RC$ y $a_0 = 1$.

paso 1: Ec. Característica: $a_1.s + a_0 = 0$

paso 2:Raíces de la ec. característica: $s_1 = -1 / RC$. A $\tau = RC$ se la denomina **constante de tiempo**, y está relacionada con la velocidad a la cual se produce el transitorio. A la inversa de la constante de tiempo, α, se la denomina **factor de amortiguamiento**.

paso 3: Se propone la solución:

$$V_{Cl}(t) = K_1 \cdot e^{s_1 t} = K_1 \cdot e^{-t/RC} \tag{0.36}$$

paso 4: Se propone $V_{Cf}(t)$ por inspección. En este caso $V_{Cf} = V_1$ verifica la ec. diferencial completa.

paso 5:Se compone la solución global como suma de ambas.

$$V_C(t) = K_1 \cdot e^{s_1 t} + V_1 \tag{0.37}$$

paso 6: Se calcula la constante K_1 imponiendo la condición inicial sobre la solución propuesta $V_C(t)$.

$$V_{C0} = K_1 + V_1 \Rightarrow K_1 = V_{C0} - V_1 = V_C(0) - V_{Cf}(0) \tag{0.38}$$

con lo que se obtiene la solución final:

$$V_C(t) = (V_{C0} - V_1) \cdot e^{s_1 t} + V_1 \tag{0.39}$$

que supone una evolución exponencial de $V_C(t)$ desde el valor inicial, $V_C(0)$, hasta el valor $V_C(\infty)$, valor que alcanza después de un tiempo infinito. En realidad, puede considerarse que después de 4 o 5 constantes de tiempo (τ) se ha alcanzado el valor final estacionario (dependiendo de la precisión deseada para el análisis). Otra forma de expresar ecuación anterior es,

$$V_C(t) = (V_C(0) - V_{Cf}(0)) \cdot e^{-t/RC} + V_{Cf} \tag{0.40}$$

que expresa la dependencia con los valores inicial y estacionario de la forma de onda.

0.3.2.2 Excitación senoidal.

Consideremos que la excitación es de tipo senoidal. La forma más general de expresa este tipo de señales es la siguiente:

$$V_s(t) = V_{dc} + V_{so} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{0.41}$$

en la se pueden distinguir los siguientes parámetros:

V_{dc}: Nivel de offset o continua. [Voltios]

V_{so}: Amplitud o valor de pico. [Voltios]

$2V_{so}$: Valor de pico a pico.

($\omega t+\varphi$): Argumento. [radianes] o [grados]

ω:	pulsación o frecuencia angular. [radianes/segundos]
φ:	Fase inicial. [radianes] o [grados]
T:	Periodo de la señal. [segundos]
f:	Frecuencia, frecuencia lineal: [Hz] o [segundos^{-1}]. Además $f = 1/T = \omega / 2\pi$.

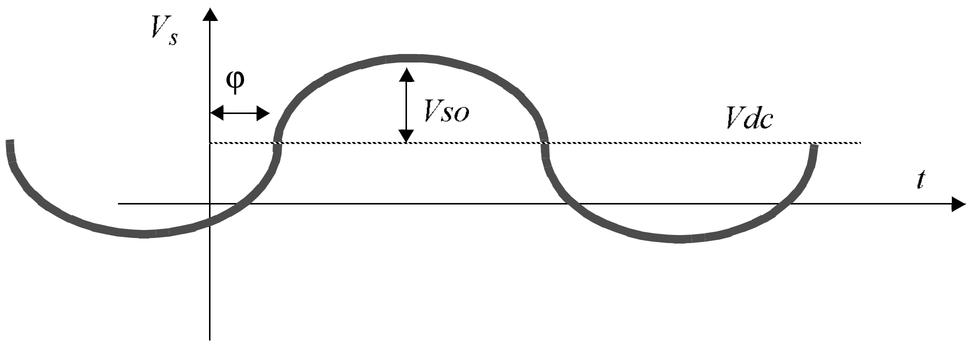


Fig. 0.41 : Forma de onda de una señal senoidal.

Al aplicar una excitación senoidal a un circuito, la referencia de tiempos se suele tomar con la fase inicial de la excitación nula ($\varphi = 0$). Las relaciones tensión-intensidad para los elementos más comunes se muestran a continuación.

RESISTENCIA:

$$V_R(t) = V_{so} \cdot \sin(\omega t) \tag{0.42}$$

$$I_R(t) = \frac{V_{so}}{R} \cdot \sin(\omega t) \tag{0.43}$$

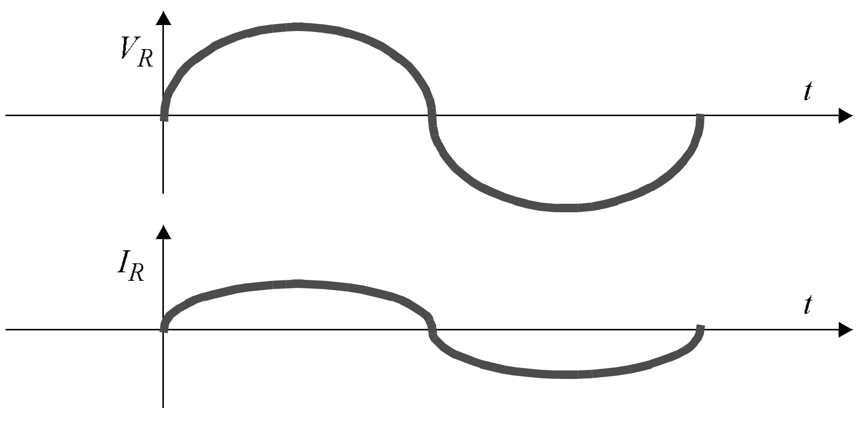


Fig. 0.42 : Relación tensión-intensidad para una resistencia alimentada por una señal senoidal de tensión.

La tensión y la intensidad se encuentran en fase.

CONDENSADOR:

$$V_C(t) = V_{so} \cdot \sin(\omega t) \tag{0.44}$$

$$I_C(t) = C\omega V_{so} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{0.45}$$

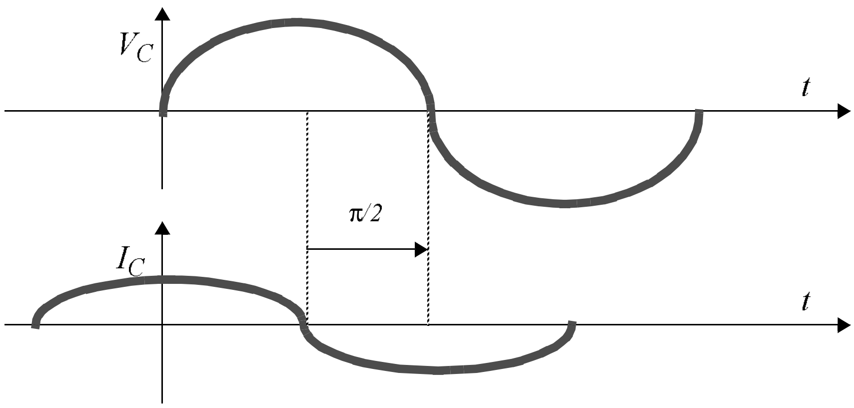


Fig. 0.43 : Relación tensión-intensidad para un condensador alimentada por una señal senoidal de tensión.

Las amplitudes de la tensión e intensidad se encuentran relacionadas por:

$$I_C = C\omega V_{so} \tag{0.46}$$

si $\omega \rightarrow 0$ => $I_C \rightarrow 0$. En continua, un condensador se comporta como un circuito abierto.

si $\omega \rightarrow \infty$ => $I_C \rightarrow \infty$. A altas frecuencias, el circuito se comporta como un corto circuito.

El desfase entre ambos es de $\pi/2$ radianes o 90º.

BOBINA:

$$V_L(t) = V_{so} \cdot \sin(\omega t) \tag{0.47}$$

$$I_L(t) = \frac{V_{so}}{L\omega} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \tag{0.48}$$

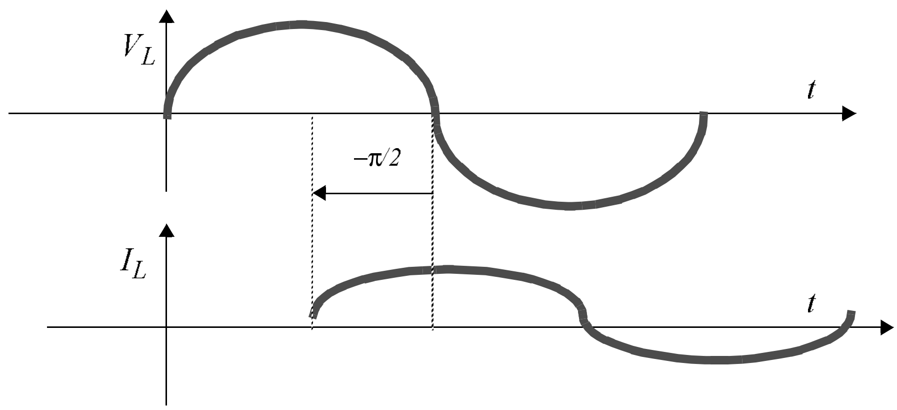


Fig. 0.44 : Relación tensión-intensidad para una bobina alimentada por una señal senoidal de tensión.

Las amplitudes de la tensión e intensidad se encuentran relacionadas por:

$$I_L = \frac{V_{so}}{L\omega} \tag{0.49}$$

si ω --> 0 => I_L --> ∞. En continua, una bobina se comporta como un corto circuito.

si ω --> ∞ => I_L --> 0. A altas frecuencias, una bobina se comporta como un circuito abierto.

El desfase entre ambos es de $-\pi/2$ radianes o -90^o, en este caso, la intensidad se encuentra retrasada respecto de la tensión.

0.3.2.3 Representación fasorial de señales senoidales.

La respuesta de determinados circuitos electrónicos a una señal senoidal es otra señal senoidal con diferentes amplitudes y desfases, pero de la misma frecuencia. Este hecho concreto se puede generalizar. Así, para circuitos lineales e invariantes en el tiempo, la respuesta a una señal senoidal, en régimen estacionario, es otra señal senoidal, con la misma frecuencia, y distinta magnitud y fase.

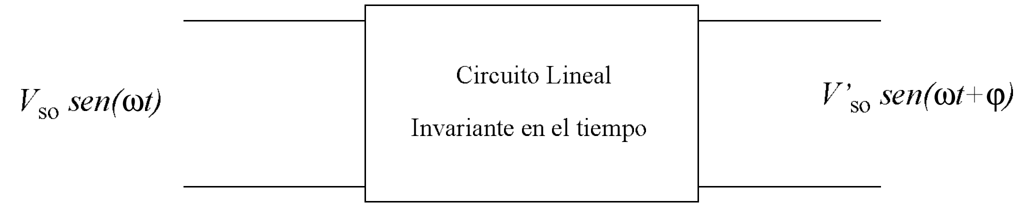


Fig. 0.45 : Respuesta de un sistema lineal e invariante en el tiempo a una señal senoidal.

Por régimen estacionario se entiende, las situaciones en las que ha desaparecido toda respuesta transitoria ($t > 4\tau$) o aquel para el que la respuesta a entrada cero o natural no influye notablemente. Para formalizar y facilitar el análisis de circuitos excitados senoidalmente se ha introducido la notación fasorial con la que se busca una representación equivalente de los circuitos en la que se elimina la variable tiempo, que se asume por defecto.

Dada una señal senoidal,

$$V_s(t) = V_{so} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{0.50}$$

Definimos el fasor $\tilde{V}$, como un número complejo,

$$\tilde{V} = V_R + jV_I = V\angle\varphi \tag{0.51}$$

para el que sus partes real e imaginaria se relacionan con el módulo y fase de la forma,

$$V_R = \sqrt{V_R^2 + V_I^2} \tag{0.52}$$

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{V_I}{V_R}\right) \tag{0.53}$$

y además,

$$V = V_{so} \tag{0.54}$$

$$\varphi = (\omega t + \varphi) \tag{0.55}$$

Dado que todas las señales oscilarán con la pulsación ωt, esta se elimina de la representación fasorial, y se asume que la tiene por defecto.

Se trata de una representación en el plano complejo, que carece de dimensiones y sentido físico (existen otros tipos de representaciones complejas, todos ellos válidos). Este sentido físico puede ser extraído del fasor, tomando su parte imaginaria. Ello es debido a que en la ec. (0.50) se ha tomado la representación "en seno" para señales senoidales. Si hubiese sido un coseno, el paso de fasor a la señal física real se realizaría mediante la selección de la parte real del fasor correspondiente.

Se puede definir la **impedancia compleja** como la relación existente entre un fasor de tensión y uno de intensidad,

$$Z = \frac{'}{\tilde{I}} \tag{0.56}$$

La impedancia compleja no es un fasor, ya que no es una expresión dependiente del tiempo. Se mide en Ω.

Definimos la admitancia compleja como,

$$Y = \frac{1}{Z} \tag{0.57}$$

que posee dimensiones de admitancia. Una **resistencia** R, en régimen senoidal estacionario, tiene una impedancia compleja real:

$$Z_R = R \tag{0.58}$$

Un **condensador** C, tiene una impedancia compleja imaginaria pura:

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}\angle -\pi/2 = \frac{1}{j\omega C} \tag{0.59}$$

Una **bobina** L, tiene una impedancia compleja imaginaria pura:

$$Z_L = \omega L \angle \pi/2 = j\omega L \tag{0.60}$$

La asociación serie-paralelo se puede realizar del mismo modo que se ha visto con anterioridad, aplicado a fasores. El análisis del estado estacionario de un circuito sometido a una excitación senoidal se puede realizar de una forma similar al análisis de circuito realizado hasta ahora. La diferencia estriba en que, como paso previo, será necesario obtener una representación fasorial de circuito. Una vez resuelto el circuito, y definido el fasor asociado la variable de salida que deseamos conocer, será necesario pasar a la representación temporal. Para ello: 1) Se toma la parte imaginaria del fasor. 1) Se le añade ωt a la fase.

Mediante este método de análisis se pueden realizar estudios sobre el **comportamiento en frecuencia** de los circuitos, ya que el resultado obtenido es función de la frecuencia de entrada ω (análisis de filtros).

0.3.3. Teoremas fundamentales de circuitos lineales.

TEOREMA DE SUPERPOSICION: La respuesta de un circuito lineal a un conjunto de dos o mas excitaciones independientes es la misma que la suma de las respuestas obtenidas anulando todas las fuentes, menos una.

TEOREMA DE THEVENIN: Cualquier circuito lineal, descrito desde el punto de vista de dos terminales, puede ser sustituido por un generador V_{TH}, igual a la tensión en circuito abierto medida desde los terminales, en serie con una impedancia, Z_{TH}, vista desde esos terminales cuando se anulan las fuentes independientes.

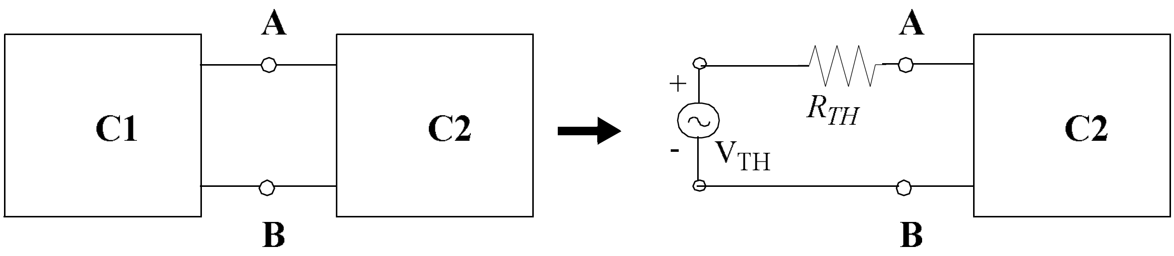
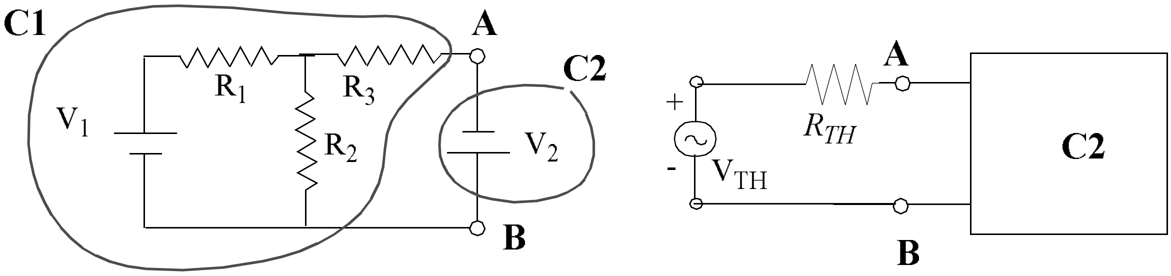


Fig. 0.46 : Equivalente Thevenin.

Solo se podrán anular las fuentes independientes. Las dependientes son función de alguna variable de control.

- V_{TH} no posee el valor de V_{AB} en circuito cerrado (conectado a C2).
- No se puede aplicar el teorema de thevenin en un circuito que no sea lineal.
- La aplicación del teorema de thevenin significa una simplificación del circuito en la que se hacen desaparecer variables. Hay que evitar la eliminación de variables que puedan ser necesarias.

Ejemplo: **Obtención del equivalente Thevenin del circuito de la figura.**



$$V_{TH} = (R_2 / (R_1+R_2)) \cdot V_1$$

$$R_{TH} = R_3 + (R_2 . R_1 / (R_1+R_2))$$

Fig. 0.47 : Ejemplo: Equivalente Thevenin.

TEOREMA DE NORTON: Un circuito lineal, descrito desde el punto de vista de dos terminales, puede ser sustituido por una fuente de intensidad, I_N, igual a la intensidad en circuito, en paralelo con una impedancia, Z_N, vista desde esos terminales cuando se anulan las fuentes independientes.

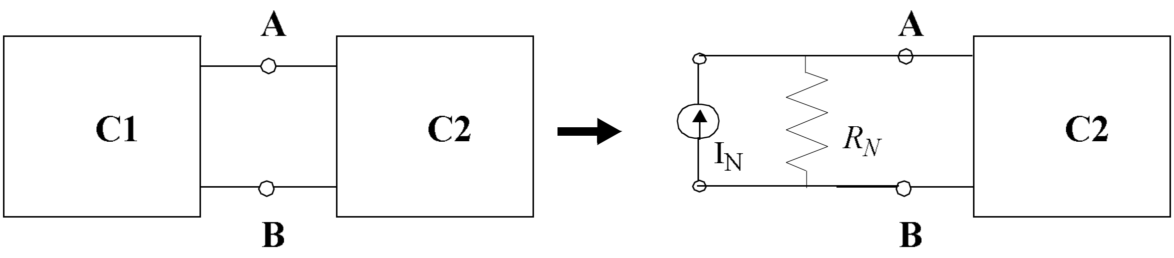


Fig. 0.48 : Equivalente Norton.

0.4. BIBLIOGRAFIA.

[1] HAYT, W. H. y KEMMERLY, J. E.: "Análisis de circuitos en ingeniería". Ed. McGraw Hill.

[2] SCOTT, D.E.: "Introducción al análisis de circuitos: Un enfoque sistémico". Ed. McGraw Hill.